



PROPOSAL TESIS - SM235401

PERJALANAN KUANTUM TIDAK BERATURAN ATAS ALJABAR MAX-PLUS

MOHAMAD ILHAM DWI FIRMANSYAH
NRP 6002201015

DOSEN PEMBIMBING:
Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2022



PROPOSAL THESIS - SM235401

DISORDERED QUANTUM WALK OVER MAX-PLUS ALGEBRA

MOHAMAD ILHAM DWI FIRMANSYAH
NRP 6002201015

SUPERVISOR:
Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S

MASTER PROGRAM
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCES AND DATA ANALYTICS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2022

LEMBAR PENGESAHAN PROPOSAL

**PERJALANAN KUANTUM TIDAK BERATURAN ATAS ALJABAR
MAX-PLUS**

Oleh:

MOHAMAD ILHAM DWI FIRMANSYAH
NRP. 6002201015

Tanggal Seminar : 1 Maret 2022

Disetujui oleh

Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S
NIP 19570411 198403 1 001

(Pembimbing)

Dr. Mahmud Yunus, M.Si
NIP 19620407 198703 1 005

(Penguji)

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
NIP 19830517 200812 1 003

(Penguji)

Sena Safarina, S.Si., M.Sc., D.Sc.
NIP 1990202012052

(Penguji)

PERJALANAN KUANTUM TIDAK BERATURAN ATAS ALJABAR MAX-PLUS

Nama Mahasiswa : Mohamad Ilham Dwi Firmansyah
NRP : 6002201015
Pembimbing : Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S

Abstrak

Abstrak adalah ringkasan yang singkat dan padat dari disertasi. Fungsi abstrak adalah membantu pembaca agar dengan cepat dapat memperoleh gambaran umum dari tulisan (ilmiah) tersebut. Dalam abstrak, kutipan dari penulis lainnya tidak boleh dicantumkan. Penjelasan tentang penulisan abstrak secara detil adalah sebagai berikut: Abstrak dari proposal disertasi berisi motivasi, perumusan masalah, tujuan, pendekatan / metoda, dan hasil yang diharapkan dari penelitian.

Kata-kunci: *perjalanan kuantum, perjalanan kuantum tak beraturan, aljabar max-plus, operator koin unitary*

DISORDERED QUANTUM WALK OVER MAX-PLUS ALGEBRA

Name : Mohamad Ilham Dwi Firmansyah
NRP : 6002201015
Supervisor : Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S

Abstract

The abstract is a summary of the thesis. The function of the abstract is to help readers understand it quickly and obtain a general overview of the (scientific) writing. In the abstract, quotations from other authors may not be included. A detailed explanation of abstract writing is as follows: The abstract of the dissertation proposal contains motivation, problem formulation, objectives, approach/method, and expected results from the research.

Key-words: *quantum walk, disordered quantum walk, max-plus algebra, coin unitary operator*

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	3
2.1 Penelitian Terdahulu	3
2.2 Aljabar Max-Plus	3
2.2.1 Definisi dan Notasi Aljabar Max-Plus	3
2.2.2 Vektor dan Matriks Aljabar Max-Plus	4
2.3 Perjalanan Kuantum	6
BAB 3 METODE PENELITIAN	7
3.1 Tahapan Penelitian	7
3.2 Jadwal Pelaksanaan	8
DAFTAR PUSTAKA	9

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Seseorang yang berada di persimpangan menggunakan lemparan koin untuk memutuskan jalan mana yang harus diambil (Wang dkk., 2013).	6
--	---

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Probabilitas dari orang tersebut pada posisi x dan waktu ke t dengan asumsi posisi pada $x = 0$ (Wang dkk., 2013).	6
Tabel 3.1	Rencana Pelaksanaan Penelitian	8

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penulisan Tesis .

1.1 Latar Belakang

Perjalanan kuantum (*Quantum Walk*) merupakan teknik untuk membangun algoritma kuantum dan mensimulasikan sistem kuantum yang kompleks. Perjalanan kuantum pada awalnya dikembangkan dari perjalanan acak sederhana (*simple random walk*) namun dalam versi kuantum, oleh karena itu tidak mengherankan bahwa perjalanan kuantum sering disebut sebagai perumuman dari perjalanan acak sederhana (Portugal, 2013). Secara garis besar terdapat dua jenis model perjalanan kuantum, yaitu perjalanan kuantum waktu diskrit dan perjalanan kuantum waktu kontinu (Konno, 2008).

Penelitian mengenai perjalanan kuantum pertama kali muncul pada tahun 1980-an oleh Grössing pada (Grössing dan Zeilinger, 1988) yang menjelaskan tentang *quantum cellular automata*. Kemudian, bahasan tentang perjalanan kuantum mulai berkembang dan mulai sering dibahas pada periode akhir abad 20, misalnya pada (Ambainis, 2003; Meyer, 1996) yang menjelaskan tentang perjalanan kuantum beserta beberapa aplikasi dari perjalanan kuantum tersebut. Misalnya pada penelitian (Ambainis, 2003) membahas tentang perjalanan kuantum untuk waktu diskrit beserta aplikasinya. Sedangkan untuk perjalanan kuantum untuk waktu kontinu dan aplikasinya pertama kali dibahas oleh Farhi dan Gutmann pada (Farhi dan Gutmann, 1998).

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka konsep baru yang diangkat dalam perumusan masalah ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model evolusi waktu perjalanan kuantum waktu diskrit tidak beraturan (*disordered quantum walk*) atas aljabar max-plus.

2. Bagaimana bentuk eksplisit matriks *decision* $A(n,k)$ dari model evolusi perjalanan waktu diskrit tidak beraturan atas aljabar max-plus.
3. Bagaimana kuantitas yang kekal (*conserved quantity*) oleh perjalanan kuantum waktu diskrit tak beraturan atas aljabar max-plus yang analog dengan perjalanan kuantum tak beraturan konvensional.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Pendekatan Model evolusi waktu perjalanan kuantum yang digunakan adalah pendekatan model pada (Konno, 2008).
2. Perjalanan kuantum yang dibahas adalah perjalanan kuantum waktu diskrit.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengkonstruksi model evolusi waktu perjalanan waktu diskrit tidak beraturan (*disordered quantum walk*) atas aljabar max-plus.
2. Mengkonstruksi bentuk umum dari matriks *decision* $A(n,k)$ dari model evolusi perjalanan waktu diskrit tidak beraturan atas aljabar max-plus.
3. Mengetahui kuantitas yang diturunkan oleh perjalanan kuantum waktu diskrit tak beraturan atas aljabar max-plus.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Diperoleh wawasan pengetahuan di bidang matematika kuantum, khususnya konsep perjalanan kuantum.
2. Sebagai salah satu referensi dalam mengembangkan perjalanan kuantum aljabar max-plus dan penerapannya.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Pada bagian ini dipaparkan penelitian terdahulu yang berkaitan dengan penelitian ini. Demikian juga diberikan beberapa definisi, lemma, teorema serta beberapa contoh terkait sebagai dasar teori yang menjadi referensi dalam penelitian.

2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian mengenai perjalanan kuantum waktu diskrit pertama muncul pada tahun 1980-an, pertama kali dibahas oleh Gudder pada (Grössing dan Zeilinger, 1988) yang menjelaskan tentang *quantum cellular automata*, kemudian oleh Meyer pada (Meyer, 1996) yang menyelidiki tentang model sebagai otomasi gas kisi kuantum. Selain itu, oleh Nayak pada (Nayak dan Vishwanath, 2000) dan Ambainis pada (Ambainis, Bach, Nayak, Vishwanath dan Watrous, 2001) yang mempelajari secara intensif perilaku perjalanan kuantum waktu diskrit, khususnya untuk operator matriks *unitary* Hadamard. Kemudian, telah banyak juga diteliti dan dikembangkan pada waktu periode awal tahun 2000-an tentang perjalanan kuantum dan aplikasinya. Salah satunya oleh Ambainis. A pada (Ambainis, 2003), pada penelitian tersebut membahas perjalanan kuantum lebih khusus tentang perjalanan kuantum waktu diskrit beserta aplikasinya mengenai algoritma pencarian kuantum (*quantum search algorithm*). Beberapa contoh algoritma pencarian kuantum yang dibahas oleh Ambainis adalah *searching hypercube algorithm*, *searching grid algorithm* dan *element distinctness algorithm*.

2.2 Aljabar Max-Plus

2.2.1 Definisi dan Notasi Aljabar Max-Plus

Aljabar Max-Plus erat kaitannya dengan apa yang dinamakan **aljabar tropical**. Aljabar tropical adalah semiring idempoten sekaligus semifield. Salah satu contoh dari aljabar tropical yang memiliki struktur semiring idempoten sekaligus semifield yaitu aljabar max-plus. Berikut diberikan definisi dari aljabar max-plus (Maclagan dan Sturmfels, 2015). Diberikan himpunan $\mathbb{R}_\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ dengan \mathbb{R} adalah himpunan bilangan real dan

$\varepsilon = -\infty$. Pada himpunan \mathbb{R}_ε , untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}_\varepsilon$ didefinisikan operasi

$$x \oplus y \stackrel{\text{def}}{=} \max\{x, y\} \text{ dan } x \otimes y \stackrel{\text{def}}{=} x + y.$$

Operasi \oplus dibaca *o-plus* dan operasi \otimes dibaca *o-times*, sebagai contoh ambil $7, 8 \in \mathbb{R}_\varepsilon$ didapat $7 \oplus 8 = \max\{7, 8\} = 8$ dan $7 \otimes 8 = 7 + 8 = 15$. Kemudian, $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring dengan elemen netral ε dan elemen satuan $e = 0$. Selanjutnya, untuk mempermudah penulisan semiring $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ dapat ditulis dengan \mathbb{R}_{\max} . Berikut diberikan definisi pangkat dalam aljabar max-plus. Diberikan $x \in \mathbb{R}_{\max}$ dan untuk setiap $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, notasi $x^{\otimes n}$ menyatakan x pangkat n dalam aljabar max-plus yang didefinisikan

$$x^{\otimes n} = \begin{cases} 0, & \text{untuk } n = 0, \\ \underbrace{x \otimes x \otimes \cdots \otimes x}_{n \text{ kali}}, & \text{untuk } n \neq 0. \end{cases}$$

Perhatikan bahwa untuk setiap $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $x^{\otimes n}$ dapat dituliskan sebagai

$$x^{\otimes n} = \underbrace{x \otimes x \otimes \cdots \otimes x}_{n \text{ kali}} = n \times x.$$

Terinspirasi oleh pengertian pangkat diatas, dengan cara serupa pangkat dalam aljabar max-plus ditulis sebagai $x^{\otimes \alpha} = \alpha \times x$ untuk $\alpha \in \mathbb{R}$. Sebagai contoh

$$7^{\otimes 8} = 8 \times 7 = 56, \quad 8^{\otimes -\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \times 8 = -4.$$

2.2.2 Vektor dan Matriks Aljabar Max-Plus

Himpunan matriks $n \times m$ dalam aljabar max-plus dinyatakan dalam $\mathbb{R}_{\max}^{n \times m}$. Misalkan diberikan $n \in \mathbb{N}$, didefinisikan $\underline{n} \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Elemen dari matriks $A \in \mathbb{R}_{\max}^{n \times n}$ pada baris ke- i dan kolom ke- j dinyatakan dengan $a_{i,j}$ untuk $i \in \underline{n}$ dan $j \in \underline{m}$. Dalam hal ini matriks A ditulis sebagai

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix},$$

biasanya elemen dari matriks A dinotasikan sebagai

$$[A]_{i,j} = a_{i,j}, \quad i \in \underline{n}, \quad j \in \underline{m}.$$

Berikut ini diberikan definisi tentang operasi penjumlahan dan perkalian matriks pada aljabar max-plus. Pada prinsipnya penjumlahan dan perkalian matriks dalam aljabar max-plus tidak sama dengan penjumlahan dan perkalian matriks dalam aljabar biasa, namun yang membedakan hanyalah operasi yang digunakan. Dalam hal ini operasi tambah ”+” diganti dengan operasi *o-plus* ” \oplus ” dan operasi kali ” \times ” diganti dengan operasi *o-times* ” \otimes ”.

Definisi 2.2.1. (Subiono, 2020) Diberikan $A, B \in \mathbb{R}_{\max}^{n \times n}$, penjumlahan matriks A dengan matriks B dalam aljabar max-plus dinotasikan $A \oplus B$ yang didefinisikan sebagai

$$[A \oplus B]_{i,j} = a_{i,j} \oplus b_{i,j} = \max\{a_{i,j}, b_{i,j}\} \quad \text{untuk } i \in \underline{n}, \quad j \in \underline{m},$$

dengan $\underline{n} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ dan $\underline{m} = \{1, 2, 3, \dots, m\}$.

Contoh 2.2.1. Diberikan $A, B \in \mathbb{R}_{\max}^{2 \times 2}$ dengan

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ \varepsilon & -1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & \varepsilon \end{bmatrix},$$

didapat

$$A \oplus B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ \varepsilon & -1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \oplus 0 & 0 \oplus 2 \\ \varepsilon \oplus 5 & -1 \oplus \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.2.2. (Subiono, 2020) Diberikan $A \in \mathbb{R}_{\max}^{n \times p}$ dan $B \in \mathbb{R}_{\max}^{p \times m}$, perkalian matriks A dengan matriks B dalam aljabar max-plus dinotasikan $A \otimes B$ yang didefinisikan untuk $i \in \underline{n}$, $j \in \underline{m}$ sebagai

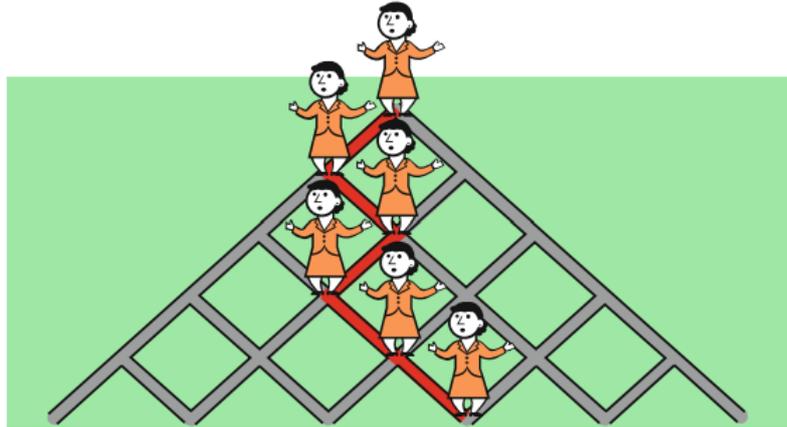
$$[A \otimes B]_{i,j} = \bigotimes_{k=1}^p a_{i,k} \oplus b_{k,j} = \max_{k \in \underline{p}} \{a_{i,k} + b_{k,j}\}.$$

Misalkan $c \in \mathbb{R}_{\max}$, perkalian skalar c dengan matriks A dinotasikan $c \otimes A$ yang didefinisikan

$$[c \otimes A]_{i,j} = c \otimes a_{i,j} = c + a_{i,j}.$$

2.3 Perjalanan Kuantum

Seseorang tersebut dapat melakukan pelemparan koin tersebut untuk bergerak di sepanjang pohon keputusan seperti pada Gambar 2.1. Prosedur ini dikenakan sebagai perjalanan acak sederhana. Diketahui bahwa untuk jalan acak seperti itu, distribusi probabilitas akhir adalah Gaussian.



Gambar 2.1: Seseorang yang berada di persimpangan menggunakan lemparan koin untuk memutuskan jalan mana yang harus diambil (Wang dkk., 2013).

$t \backslash x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{32}$

Tabel 2.1: Probabilitas dari orang tersebut pada posisi x dan waktu ke t dengan asumsi posisi pada $x = 0$ (Wang dkk., 2013).

Pada Tabel 2.1 menjelaskan probabilitas dari orang tersebut pada posisi x dan waktu ke t dengan asumsi posisi pada $x = 0$ dimana untuk entri tabel yang kosong untuk menandakan probabilitas pada posisi tersebut adalah nol. Proses perjalanan tersebut berlangsung secara terus menerus, tidak dapat diketahui dengan pasti dimana posisi orang tersebut berada, tetapi dapat dihitung probabilitas orang tersebut pada posisi ke x dan waktu ke t .

BAB 3

METODE PENELITIAN

Pada bab ini diuraikan beberapa tahapan penelitian yang akan dikerjakan untuk mencapai tujuan penelitian.

3.1 Tahapan Penelitian

- (a) Studi Literatur

- (b) Mengkaji Perjalanan Kuantum pada Aljabar Max-Plus.

- (c) Mengkonstruksi Model Evolusi Total Waktu Perjalanan Kuantum Tak beraturan dalam Aljabar Max-Plus.

- (d) Menentukan Kuantitas yang Kekal.

- (e) Diseminasi.

- (f) Penyusunan Laporan Tesis.

3.2 Jadwal Pelaksanaan

Rencana dan jadwal kerja penelitian, serta penyusunan tesis disajikan dalam Tabel 3.1 sebagai berikut:

No.	Jenis Kegiatan	Bulan ke-															
		1				2				3				4			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Studi literatur	■	■	■	■	■	■	■	■								
2	Mengkaji perjalanan kuantum pada Aljabar max-plus.			■	■	■	■	■	■								
3	Mengkonstruksi Model Evolusi Total Waktu Perjalanan Kuantum Tak beraturan.					■	■	■	■								
4	Menentukan Kuantitas yang kekal .						■	■	■	■	■	■	■				
5	Diseminasi.							■	■	■	■	■	■	■	■		
6	Penyusunan Laporan Tesis.								■	■	■	■	■	■	■	■	■

Tabel 3.1: Rencana Pelaksanaan Penelitian

DAFTAR PUSTAKA

- Ambainis, A. (2003), 'Quantum walks and their algorithmic applications', *International Journal of Quantum Information* **1**(04), 507–518.
- Ambainis, A., Bach, E., Nayak, A., Vishwanath, A. dan Watrous, J. (2001), One-dimensional quantum walks, *dalam Proceedings of the thirty-third annual ACM symposium on Theory of computing*, 37–49.
- Farhi, E. dan Gutmann, S. (1998), 'Quantum computation and decision trees', *Physical Review A* **58**(2), 915.
- Grössing, G. dan Zeilinger, A. (1988), 'Quantum cellular automata', *Complex systems* **2**(2), 197–208.
- Konno, N. (2008), Quantum walks, *dalam Quantum potential theory*, Springer, 309–452.
- Maclagan, D. dan Sturmfels, B. (2015), *Introduction to tropical geometry*, Vol. 161, American Mathematical Soc.
- Meyer, D. A. (1996), 'From quantum cellular automata to quantum lattice gases', *Journal of Statistical Physics* **85**(5), 551–574.
- Nayak, A. dan Vishwanath, A. (2000), 'Quantum walk on the line', *arXiv preprint quant-ph/0010117*.
- Portugal, R. (2013), *Quantum walks and search algorithms*, Springer.
- Subiono (2020), *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.