

# Portfolio Optimization usando Ant Colony Optimization

Adolfo Tamayo  
Johann Nuñez

1 de julio de 2015

## Resumen

El propósito de este trabajo es aplicar la técnica de Ant Colony Optimization al problema multivariable de optimización de portafolios utilizando el modelo media-varianza.

## 1. Introducción

Un *portfolio* (portafolio) es un conjunto de bienes de inversiones en poder de sociedades de inversión, fondos de cobertura, institución financiera o persona. Es un principio generalmente aceptado en la que un portafolio está diseñado de acuerdo con la tolerancia al riesgo, marco de tiempo y la inversión objetivo del inversor. El valor monetario de cada bien puede influir en la relación riesgo/recompensa del portafolio y se conoce como la asignación de bienes del portafolio. Al determinar una asignación adecuada de los bienes se apunta a maximizar la rentabilidad esperada y minimizar el riesgo.

## 2. Problema

La optimización de portafolios es el proceso de elección de distintas proporciones de bienes que se mantendrán en un portafolio, de manera que este sea el mejor de acuerdo a ciertos criterios. Los criterios incluyen el valor esperado de retorno, la dispersión del retorno y otras medidas de riesgo financiero.

Los gestores de portafolios de las instituciones financieras se enfrentan constantemente a los desafíos de la adaptación de los modelos teóricos de portafolios a la dinámica de los actuales escenarios. Este es un problema de optimización multiobjetivo que busca simultáneamente maximizar el retorno esperado y minimizar el riesgo total del portafolio.

Uno de los problemas vitales de los mercados financieros es la optimización del Portafolio de Problemas (POP), que ha recibido mucha atención en las últimas décadas. Harry M. Markowitz fue el primero para llegar a un modelo de optimización paramétrica a este problema, que por su parte se ha convertido en la base para la teoría moderna de cartera (MPT). El problema por lo general tiene dos criterios: rendimiento esperado es maximizar, mientras que el

riesgo se minimiza. En las otras palabras POP presenta un problema multiobjetivo que podrían resolverse con enfoques metaheurísticas que inspiraron por comportamientos hormigas.

### 3. Técnica a utilizar

La técnica que se va a utilizar para resolver el problema de optimización de portafolios es *Ant Colony Optimization* (Optimización por colonias de hormigas) la cual es una técnica bioinspirada que se basa en la comunicación utilizada por las hormigas que utiliza feromonas para dar preferencia a ciertos caminos.

Los mercados financieros representan un complejo, en constante cambio, ambiente en el cual una población de inversores está compitiendo con fines de lucro. Las hormigas como insectos sociales han habitado siempre este tipo de entornos. Han cooperado y competido por los recursos para sobrevivir. Estos personajes comunes podrían ser inspirados para hacer frente a la tarea de la supervivencia en la jungla financiera.

#### 3.1. Representación

Para utilizar esta técnica primero debemos definir la representación de los elementos de nuestro problema y de la técnica. En primer lugar, los elementos del espacio de soluciones se va a representar como un vector de  $n$  miembros los cuales van a representar las distintas acciones del mercado con coeficientes  $c_k$  que representan la participación de esa acción en el portafolio.

Cuadro 1: Descripción del espacio de soluciones

Numero de acción	1	2	3	..	n-1	n
	$c_1$	$c_2$	$c_3$		$c_{k-1}$	$c_k$

Una vez definido el espacio de soluciones, debemos definir el formato del camino de feromonas que se utilizara para la técnica ACO. Se debe guardar información sobre la densidad de los fragmentos de solución, las cuales guiaran a las hormigas por el camino adecuado. Esta memoria colectiva se conoce como matriz de feromonas, la cual va a tener  $n$  columnas (las acciones) y  $m$  filas (vectores de coeficientes).

Cuadro 2: Matriz de feromonas

	1	2	...	n
0	$t_{01}$	$t_{02}$		$t_{0n}$
1	$t_{11}$			
...				
m	$t_{m1}$			$t_{mn}$

Dada la representación, podemos definir el flujo del algoritmo el cual se va a dar en tres grandes partes :

1. Asignación de coeficientes

2. Evaluación de la calidad
3. Actualización

Esto se puede apreciar mejor en la Figura 1, donde se muestra el diagrama de flujo del algoritmo. En futuros avances se va a describir mejor el algoritmo, la implementación y los datos a utilizar.

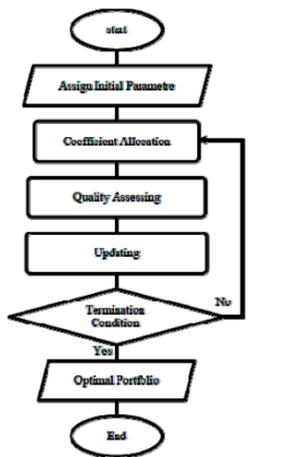


Figura 1: Diagrama de flujo del algoritmo

## 4. Implementación

Para la implementación primero se tuvo que crear portafolios, que consisten en diversos porcentajes de varios stocks, sobre los cuales se hará la inversión, ya listos los portafolios se determinó cuál de todos los portafolios fue el mejor.

Los stocks son los bienes o mercancías mantenidas en las instalaciones de una empresa o de un warehouse y disponible para la venta o distribución. Estos stocks pueden ser representados mediante símbolos por ejemplo ‘Google Inc Class C’ es ‘GOOG’.

Los dos pasos más importantes son la creación de un portafolio y la comparación entre 2 portafolios ya que eso nos dirá que uno es mejor que otro. Por lo que se desarrollará detalladamente a continuación.

### 4.1. Creación de portafolios

Para la creación de los portafolio se usaron datos reales de Yahoo Finance que ofrece una gran y simple manera de descargar las cotizaciones de acciones gratuitamente. Este servicio devuelve datos de stock en un archivo CSV.

Se consideró los datos de los últimos 5 años que fueron sacados de Yahoo Finance, con estos datos se pudo sacar los datos que servirían para compararlos

posteriormente.

Se creó una clase llamada Portfolio que tenía los diferentes porcentajes de *stocks* que tendría, los portfolios se armaron con 10 diferentes stocks de: 'GOOG', 'AAPL', 'GS', 'BH', 'TM', 'F', 'HLS', 'DIS', 'LUV' y 'MSFT'.

Estos porcentajes fueron generados aleatoriamente, se crearon 100 portfolios diferentes de los cuales se determinó cuál fue el mejor.

## 4.2. Comparación de portfolios

Para la comparación de dos portfolios, se tomó en cuenta dos factores, el Riesgo y el Retorno que brindará un determinado portfolio, con estos factores se puede determinar que tan bueno puede ser un portfolio.

La comparación de portfolios utiliza la diferencia dada por el Sharpe ratio, el cual es un valor que representa la ganancia obtenida por el portfolio y el riesgo tomado para obtenerla. Como se mencionó anteriormente el problema que se está resolviendo es maximizar la ganancia obtenida minimizando el riesgo.

La fórmula para el Sharpe ratio es la siguiente:

$$\text{SharpeRatio} = \frac{\text{RetornoTotal} - \text{TasaDeRetornoSinRiesgo}}{\text{DesviacionEstandarDelPortfolio}}$$

El retorno total se calcula multiplicando los pesos del portfolio a cada acción:

$$\text{RetornoTotal} = \sum x_i * w_i$$

La tasa de retorno sin riesgo es la tasa de interés que podríamos obtener sin tener ningún riesgo. Como sabemos toda inversión conlleva un riesgo por lo mínimo que sea por lo que se toma la tasa de retorno de la inversión más segura, la cual es la de los bonos del tesoro de EE.UU con una tasa de 2.4%.

Finalmente se calcula la desviación estándar de cada portfolio para analizar el riesgo total de cada elemento de este.[3]

## 4.3. Librerías Utilizadas

Para la implementación del *Ant Colony Optimization* usó Numpy y se modificó ACO Pants que es una librería en Python, para que pueda resolver el problema de la optimización de Portafolios.

Pants está compuesto de 3 clases básicas, Ant, Solver y World. La clase Ant es un independiente buscador de soluciones para la clase World. Cada objeto Ant, encuentra una solución al conjunto de portafolios un movimiento a la vez.

Dos propiedades gobiernan las decisiones de una hormiga para encontrar una solución un valor alpha que es la importancia colocada con la feromona mientras que beta es el valor de comparación de 2 portafolios. Una hormiga debe ser inicializada en la clase World, indicando desde que nodo comenzará,

caso contrario se le asignará un aleatorio.

La clase World es creada en base a un conjunto de portafolios, una función de comparación de portafolios, dichos elementos fueron descritos en la sección anterior.

Finalmente se tiene la clase Solver que tiene la funcionalidad de encontrar uno o más soluciones para un determinado World, aquí es donde se colocan las feromonas, el rango de evaporación, las iteraciones y la cantidad de hormigas.

## 5. Resultados

Los resultados mostrados en Solution corresponden a ['GOOG', 'AAPL', 'GS', 'BH', 'TM', 'F', 'HLS', 'DIS', 'LUV' y 'MSFT'] respectivamente.

Prueba 1: 10 hormigas

Ants Used: 10

Solution

```
[ 0.01529603 0.09318752 0.17951911 0.15493277 0.17533033 0.18263972
 0.04059434 0.04270217 0.07781992 0.0379781 ]
```

Visited

```
[50, 21, 23, 47, 8, 15, 6, 62, 52, 73, 91, 71, 7, 4, 26, 66, 56, 18, 11,
75, 29, 99, 38, 86, 96,97, 44, 1, 32, 98, 37, 82, 34, 49, 48, 68, 0, 41,
31, 55, 60, 43, 90, 20, 19, 93, 92, 36, 5, 64, 65, 61, 39, 67, 83, 9, 17,
35, 85, 70, 59, 72, 78, 45, 2, 53, 16, 81, 22, 33, 74, 94, 57, 69, 58, 12,
54, 95, 80, 40, 79, 30, 89, 88, 10, 51, 3, 28, 14, 13, 84, 76, 42, 63, 24,
27, 25, 77, 87, 46]
```

Time: 14.139904

Prueba 2: 20 hormigas

Ants Used: 20

Solution

```
[ 0.01529603 0.09318752 0.17951911 0.15493277 0.17533033 0.18263972
 0.04059434 0.04270217 0.07781992 0.0379781 ]
```

Visited

```
[25, 27, 24, 77, 42, 84, 76, 14, 21, 50, 47, 8, 28, 3, 51, 88, 10, 89, 30,
15, 6, 62, 52, 71, 91, 4, 66, 26, 56, 18, 75, 11, 29, 99, 38, 86, 44, 97,
96, 80, 79, 40, 1, 32, 98, 37, 34, 82, 49, 48, 0, 68, 41, 31, 55, 60, 43,
90, 93, 19, 20, 92, 36, 65, 64, 5, 61, 67, 39, 72, 59, 35, 85, 70, 78, 45,
2, 53, 16, 81, 33, 22, 74, 69, 57, 94, 58, 12, 54, 17, 9, 83, 95, 7, 73,
23, 13, 63, 87, 46]
```

Time: 23.343815

Prueba 3: 30 hormigas

Ants Used: 30 hormigas

Solution

```
[ 0.12714831 0.1917543 0.06329961 0.04801404 0.02729576 0.04810564
 0.17901959 0.20115559 0.01610195 0.09810522]
```

Visited

[81, 16, 53, 2, 45, 78, 70, 85, 35, 59, 72, 39, 67, 61, 65, 64, 5, 43, 92, 20, 36, 93, 19, 90, 60, 55, 31, 41, 68, 0, 48, 49, 95, 34, 82, 37, 32, 98, 1, 80, 40, 79, 97, 96, 44, 86, 38, 99, 29, 75, 11, 18, 56, 66, 26, 71, 91, 4, 7, 73, 52, 62, 15, 6, 89, 30, 10, 51, 88, 3, 28, 8, 47, 23, 14, 50, 21, 13, 76, 84, 42, 63, 77, 25, 24, 27, 87, 46, 17, 9, 83, 74, 58, 57, 69, 94, 54, 12, 33, 22]

Time: 31.410351000000006

Prueba 4: Fiel a los datos de [1] 168 hormigas

Ants Used: 168

Solution

[ 0.01529603 0.09318752 0.17951911 0.15493277 0.17533033 0.18263972  
0.04059434 0.04270217 0.07781992 0.0379781 ]

Visited

[86, 96, 97, 44, 79, 40, 80, 1, 98, 32, 37, 34, 82, 95, 49, 48, 0, 68, 41, 43, 90, 93, 19, 92, 20, 36, 65, 5, 64, 61, 39, 67, 9, 83, 17, 59, 72, 35, 85, 70, 78, 45, 2, 53, 16, 81, 33, 22, 74, 94, 57, 69, 58, 12, 54, 60, 55, 31, 29, 99, 38, 18, 75, 11, 56, 26, 66, 4, 71, 91, 7, 73, 15, 6, 62, 52, 30, 89, 10, 88, 51, 3, 28, 8, 47, 23, 21, 50, 14, 13, 84, 76, 42, 63, 77, 25, 24, 27, 87, 46]

Time: 181.942812

Prueba 5: 168 hormigas + limite de 500(vs 100 en las anteriores)

Ants Used: 168

Solution

[ 0.01529603 0.09318752 0.17951911 0.15493277 0.17533033 0.18263972  
0.04059434 0.04270217 0.07781992 0.0379781 ]

Visited

[42, 76, 84, 13, 14, 50, 21, 23, 47, 8, 28, 3, 51, 88, 10, 30, 89, 6, 15, 62, 52, 73, 7, 71, 91, 4, 26, 66, 56, 18, 75, 11, 29, 99, 38, 86, 96, 97, 44, 79, 40, 80, 1, 32, 98, 37, 34, 82, 95, 48, 49, 0, 68, 41, 31, 55, 60, 43, 90, 19, 93, 20, 92, 36, 65, 64, 5, 61, 39, 67, 9, 83, 17, 72, 59, 70, 85, 35, 45, 78, 2, 53, 16, 81, 22, 33, 74, 94, 57, 69, 58, 54, 12, 63, 77, 25, 24, 27, 87, 46]

Time: 805.960752

## 6. Conclusiones

El aumento de hormigas genera un mayor tiempo de ejecucion mientras que la calidad de solucion no aumenta drasticamente. Lo que cambia es la ruta que utilizan las hormigas para llegar a la solucion.

Hemos logrado generar portafolios con datos aleatorios reales, y se encontró al mejor portafolio generado, con diferentes datos iniciales, cantidad de hormigas e iteraciones, tomando en consideración los valores iniciales que propone [1].

## Referencias

- [1] Kambiz Forqandoost Haqiqi and Tohid Kazemi, *Ant Colony Optimization Approach to Portfolio Optimization – A Lingo Companion*, International Journal of Trade, Economics and Finance, Vol. 3, No. 2, April 2012
- [2] Ankit Dangi, *Financial Portfolio Optimization: Computationally guided agents to investigate, analyse and invest!?*, Centre for Modeling and Simulation University of Pune, June, 2012.
- [3] Sharpe, William F. *The sharpe ratio*, The journal of portfolio management 21.1 (1994): 49-58.