DEMOSTRACION DEL TEOREMA DEL LIMITE DE COMPOSICION DE FUNCIONES

YAMID FERNANDO RIVERA APONTE

23 de abril de 2014

PROFESOR: OMAR DANIEL PALACIOS.
CURSO: CALCULO DIFERENCIAL

1 Teorema del limite de composicion de funciones.

Si $\lim_{x\to c} g(x) = L$ y si f es continua en L, entonces

$$\lim_{x\to c} f(g(x)) = f(\lim_{x\to c} g(x)) = f(L)$$

En particular, si g es continua en c y f es continua en g(c), entonces la composicion $f \circ$ g es continua en c.

2 Demostracion

Sea $\epsilon > 0$ dado.Como f es continuan en L existe un d1 >0 correspondiente, tal que

$$| t - L | < \delta_1 \Longrightarrow | f(t) - f(L) | < \epsilon$$

y asi

$$g(x) - L < \delta_1 \Longrightarrow | f(g(x)) - f(L) | < \epsilon$$

Pero ya que $\lim_{x\to c} g(x) = L$,para un $\delta_1 > 0$ dado existe un correspondiente $\delta_2 > 0$ tal que

$$0 < | x - c | < \delta_2 \Longrightarrow | g(x) - L | < \delta_1$$

cuando reunimos estos dos hechos, tenemos

$$0 < | x - c | < \delta_2 \Longrightarrow | f(g(x)) - f(L) < \epsilon$$

Esto demuestra que

$$\lim_{x\to c} f(g(x)) = f(L)$$

La segunda proposicion del teorema se deduce de la obsevacion de que si g es continua en c entonces L=g(c)